###### Quiz #2

**Ζέρβας Τριαντάφυλλος 994 Τμήμα Α**

###### Μέθοδο διχοτόμησης

1. Αν είναι πραγματική συνεχής συνάρτηση στο διάστημα , και , τότε για , υπάρχει (υπάρχουν) \_\_\_\_(C)\_\_\_\_\_\_\_\_ στο διάστημα .
2. μία ρίζα
3. πολλές ρίζες
4. καμία ρίζα
5. τουλάχιστον μία ρίζα

**Απάντηση:**

Από το θεώρημα του Μαθηματικού Λογισμού η σωστη απαντηση είναι το D.

1. Υποθέστε το αρχικό διάστημα , στο τέλος την 2ης επανάληψης η προσεγγιστική τιμή της ρίζας της συνάρτησης  με την μέθοδο της διχοτόμησης είναι
2. 0
3. 1.5
4. 2
5. 3

**Απάντηση:**

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο επίλυσης, έχουμε γ = (α + β )/2όπου α=1 και β=5, και ετσι γ=3**.** Όμως ισχυει f(5)\*f(3)> 0, γιαυτο χρησιμοποιουμε το διάστημα [1,3] για την 2η επανάληψη, άρα το γ= (1+3)/2 = 2**.**Αρα σωστη απαντηση είναι το C.

1. Για την προσέγγιση μιας ρίζας της , με την μέθοδο διχοτόμησης δίδονται κάτω και άνω προσεγγίσεις  και της ρίζας στην αρχή της επανάληψης. Στο τέλος της επανάληψης, το απόλυτο σχετικό σφάλμα της προσέγγισης θα είναι
2. 
3. 
4. 
5. 

**Απάντηση:**

Επειδή είναι γνωστό ότι |Φ(x)− Φ(y)| ≤ L |x – y| , όπου Φ(Xn)= Xn+1 αρα σωστη απαντηση είναι το D.

1. Για την εξίσωση , υπάρχει η ρίζα . Δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την μέθοδο διχοτόμησης για να προσεγγίσουμε αυτή την ρίζα διότι η συνάρτηση 
2. είναι πολυώνυμο
3. έχει επαναλαμβανόμενες ρίζες στο
4. είναι πάντα μη αρνητική
5. έχει κλήση ίση με μηδέν στο 

**Απάντηση:**

Λογω της μεθοδου της διχοτομησης σωστη απαντηση είναι το C.

###### Newton-Raphson Μέθοδο

1. H Newton-Raphson εξίσωση για την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας ενός πραγματικού αριθμού  για την εξίσωση  είναι,
2. 
3. 
4. 
5. 

**Απάντηση:**

Aπό τον αλγόριθμο επίλυσης έχουμε:

Χn+1 = Xn – f(Xn) / f’(Xn) οπου f(Xn) = Χn^2 – R = 0, f’(Xn) = 2Χn

Κανουμε ομωνυμα στην πρωτη συναρτηση και επειτα αντικαθιστουμε και καταληγουμε στην επιλογη C.

1. Αν υποθέσουμε ότι η αρχική προσέγγιση της ρίζας της εξίσωσης  είναι 3 τότε η επόμενη προσέγγιση σύμφωνα με την μέθοδο Newton-Raphson είναι
2. 1.5
3. 2.067
4. 2.167
5. 3.000

**Απάντηση:**

Από την επιλογη C της ασκησης 5 και εφαρμόζοντας αντικατάσταση με Χn=3 και R=4 στον**

1. Θεωρείστε ότι η ρίζα της εξίσωσης  βρίσκεται με την μέθοδο Newton-Raphson. Η αρχική εκτίμηση της ρίζας είναι , . Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη στην συνάρτηση  στο είναι  ως προς τον άξονα των *x*. Η επόμενη προσέγγιση της ρίζας , είναι κοντά
2. –3.2470
3. −0.2470
4. 3.2470
5. 6.2470

**Απάντηση:**

Είναι γνωστό ότι f’(3) = tan(57ο) = 1,5398, επομένως ομοίως από την επιλογη C της ασκησης 5 έχουμε Χn+1= Xn – f(Xn) / f’(Xn) => Χ1 = 3 – 5/1,5398 = - 0,2470.Αρα σωστη απαντηση Β.

1. Εφαρμόστε την μέθοδο Newton-Raphson για την προσέγγιση της ρίζας της εξίσωσης  . Υπολογίστε τις διαδοχικές προσεγγίσεις της ρίζας και συμπληρώστε το σχετικό πίνακα.

**Απάντηση:**

Xn+1 = Xn – f(Xn)/f’(Xn)

Για αρχικη τιμη -2:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Χn | f(Xn) | f’(Xn) | h |
| -2 | -12 | 12 | 1 |
| -1 | -5 | 3 | 1,666 |
| 0,666 | -3,704 | 1,33 | 2,784 |
| 3,45 | 37,06 | 35,7 | -1,038 |
| 2,412 | 10,03 | 17,45 | -0,574 |
| 1,838 | 2,209 | 10,134 | -0,2179 |
| 1,6201 | 0,252 | 7,874 | -0,032 |
| 1,5881 | 0 | 7,566 | 0 |

Για αρχικη τιμη 0:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Χn | f(Xn) | f’(Xn) | h |
| 0 | -4 | 0 | Αδυνατο!! |

Για την αρχικη 5:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Xn | f(Xn) | f’(Xn) | h |
| 5 | 121 | 75 | -1,613 |
| 3,387 | 34,85 | 34,41 | -1,012 |
| 2,375 | 9,396 | 16,92 | -0,555 |
| 1,82 | 2,02 | 9,93 | -0,203 |
| 1,617 | 0,22 | 7,844 | -0,028 |
| 1,589 | 0,012 | 7,574 | -0,0015 |
| 1,5875 | 0 | 4,7625 | 0 |

|  |
| --- |
| Αριθμός Επαν. |
| 0 |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |

1. Σε ποια προσέγγιση επιτυγχάνεται ακρίβεια σε 2 σημαντικά δεκαδικά ψηφία στην άσκηση 8.
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4
6. **Απάντηση:**

###### Μέθοδο της Τέμνουσας

10. Η μέθοδος της τέμνουσας χρησιμοποιεί έναν από τους παρακάτω τύπους για την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας του  από την εξίσωση . Ποια είναι η σωστή;

1. 
2. 
3. 
4. 

**Απάντηση:**

Xk+1 = Χk-f(Χk) / ((f(Χk)-f(Χk-1)) /Χk - Χk-1 = Χκ – Χκ^2 + R / (Χκ^2 – R – Xk-1^2 + R) / Χk - Χk-1.Σωστη απαντηση αρα είναι το Α.

1. Η επόμενη εκτίμηση της ρίζας της εξίσωσης  με την μέθοδο της τέμνουσας και αρχικές τιμές 3 και 4, είναι
2. 2.2857
3. 2.5000
4. 5.5000
5. 5.7143

**Απάντηση:**

Συμφωνα με τον τυπο Xn+1 = Xn – f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1).

Έτσι, με Χi = 4 και Χi-1 = 3 εχουμε Xi+1= 4 – 12/(12-5/4-3) = 4 – 12/7 = 2,2857

Σωστη απαντηση αρα το Α.

1. Θεωρείστε ότι η ρίζα της εξίσωσης  βρίσκεται με την μέθοδο της τέμνουσας. Η αρχική εκτίμηση της ρίζας είναι , . Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη στην συνάρτηση  στο είναι  ως προς τον άξονα των *x*. Η επόμενη προσέγγιση της ρίζας , είναι κοντά
2. –3.2470
3. –0.24704
4. 3.247
5. 6.2470

**Απάντηση:**

Ισχυει οτι f’(3) = tan(57ο) = 1,5398 και από την μέθοδο της τέμνουσας Xn+1 = Xn – f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1) = Xn -f(3) / f’(3) = 3 – 5/ 1.5398 = –0.24704. Aπό το Θεώρημα Cauchy εχουμε ότι f’(3)= (f(Χn)- f(Χn-1)) /(Χn - Χn-1).Αρα σωστη απαντηση είναι η απαντηση Β.

1. Για την εύρεση της ρίζας της εξίσωσης  με την μέθοδο της τέμνουσας οι παρακάτω αρχικές προσεγγίσεις ΔΕΝ είναι κατάλληλες.
2. και
3. και
4. και 
5. και

**Απάντηση:**

Εφαρμοζοντας τον τυπο Xn+1 = Xn – f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1)

Για το Α εχουμε f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1) =

= 1/(1-√2/2/(π/2 – π/4)) = 1/(8 – 4\*√2 / 2\*π) = π/(4 – 2\*√2) =

= π\*(4 + 2\*√2) / (4 – 2\*√2) \* (4 + 2\*√2) =

= 2\*π + π\*√2 / 4

Αρα Χn+1 = π/2 - 2\*π + π\*√2 / 4 = π\*√2 / 4

sin(Xn+1) != 0 αρα η περιπτωση Α ΕΙΝΑΙ καταλληλη

Για το Β: f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1) = √2/2 / (√2/2 - √2/2 / (3\*π/4 – π/4)) =

= √2/2 / 0.Κατι που δεν οριζεται αρα η περιπτωση Β ΔΕΝ είναι καταλληλη.

Για το Γ: f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1) = 1/ (2 / π/2 + π/2) = π/2

Xn+1 = π/2 – π/2 = 0

sin(Xn+1) = sin(0) = 0

αρα η περιπτωση Γ ΕΙΝΑΙ καταλληλη

Για το Δ: f(Xn)/(f(Xn) – f(Xn-1)/Xn – Xn-1) = 1 / (1 - √3/2 / (π/2 – π/3)) =

= 1 / ((2 - √3 / 2) / π/6) =

= 2\*π / 12 – 6\*√3 = π/(6 – 3\*√3)

sin(Xn+1) != 0 αρα η περιπτωση Δ ΕΙΝΑΙ καταλληλη